

ISJ GORJ

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA JUDEȚEANĂ

12.03.2011

CLASA A V-A

1. Determinați numerele naturale a, b, c, d, e, n știind că $2^a \cdot 3^{b+4} \cdot 5^c \cdot 7^d \cdot 11^e = n!$ unde $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.
2. Determinați mulțimile A și B dacă:
 - a) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$;
 - b) $(A - B) \cup (B - A) = \{1, 3, 5, 7, 9\}$;
 - c) Suma elementelor din mulțimea A este pătrat perfect.
3. Se consideră numerele naturale nenule $a_1, a_2, \dots, a_{2011}$.
 - a) Arătați că numărul $N = (a_1 + a_2) \cdot (a_2 + a_3) \cdot \dots \cdot (a_{2010} + a_{2011}) \cdot (a_{2011} + a_1)$ este număr par;
 - b) Determinați restul împărțirii la 5 al numărului $4^N - 1$.
4. a) Se considera multimea:
 $M = \{x^{\frac{1}{x}} \mid x \in \{1, 2, \dots, 10\}\}$.
Determinați numărul minim de elemente care trebuie alese arbitrar din M , pentru a fi siguri ca există două elemente alese având diferența divizibilă cu 10.
 - c) Determinați numărul n natural, știind că numărul $n^2 - n + 2$ este prim.

NOTA. Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru trei ore.